



Karsten Schmidt, DTU (Technical University of Denmark):

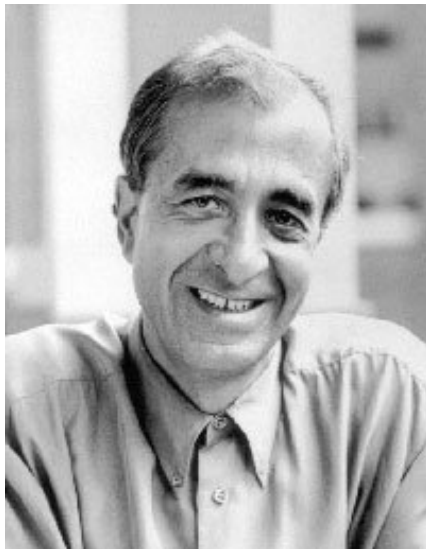
Islands of euphoria in oceans of routine

- the role of project work in introductory mathematics at DTU



CDIO, Delft, 26th of January, 2016

Thomas Ziehe



- Students are constantly working on their identity in relation to mirrors in the youth culture
- They do not trust high culture (hochkultur)
- Teachers are met with an endless question: "Why should I want to know about this?" Can not be fully answered!
- We have to insist on skills and abstraction.
- What we can hope for is "to create islands of ephoria in oceans of routine".

Professor in pedagogy (Leibniz University, Hannover).
Expert in the impact of youth culture on education.

Beliefs and challenges



A:

Biotechnology
Chemical Eng
Environmental Eng
Human Life Science
Quantitative biology
Medicine&Tech
Design & Innovation

B:

Architectural Eng
Civil Eng
Earth and Space Phys
Mechanical Eng
Phys&NanoTech

C:

Mathematics&Tech
Software
Electrical Eng
IT&Communications
Strategic Analysis
and Systems Design

One big mandatory 20 ECTS math course for all 17 study programmes!

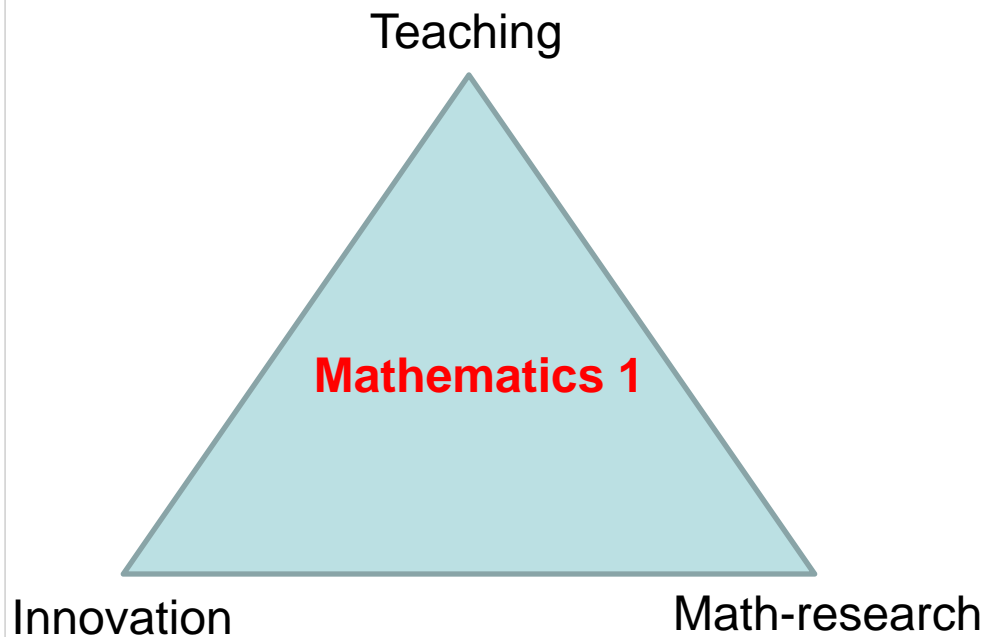
”Mathematics is a part of an engineers **general education (bildung)**”

(DTU’s Bachelor Dean)

Challenges:

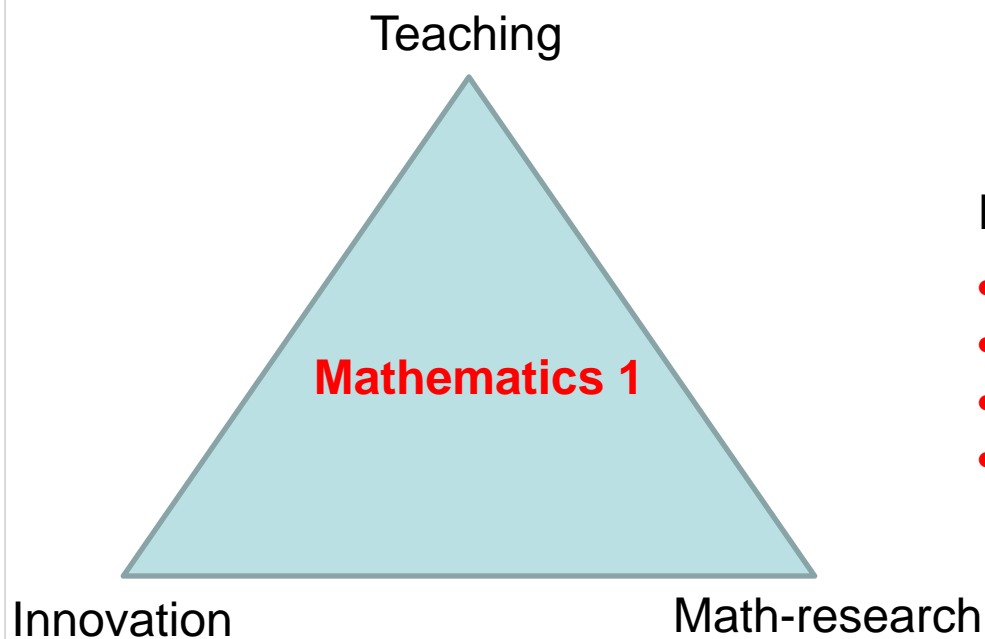
- The students’ mathematical skills are very different
- They have very different attitudes against mathematics
- **How can we motivate them all?**

Teachers' motivation!



(Steen Markvorsen, DTU 2005)

Teachers' motivation!



Leads to:

- **Project exercises!**
- **Advanced CAS (Maple)!**
- **Research-based teaching!**
- **Teaching-based research!**

(Steen Markvorsen, DTU 2005)

Combining two approaches to teaching



1. The "ordinary" continuous treatment of the math subjects:

- Lectures
- Group exercises (supported by TAs)
- Homework exercises

2. The project exercises (group work, no lectures):

- Thematic exercises (illustrate math subjects just introduced)
- The "big" 4-weeks project at the end of second semester (combines several subjects and should give a true glimpse of research)

Mathematics 1 – week by week



Autumn:

1. Intro to complex numbers
2. ...continues
3. ...continues
4. ...continues
5. Linear equations
6. Matrix-algebra
Theme 1: Networks
7. Vector spaces
8. Linear transformations
Theme 2: Deformations
9. Function spaces
10. Eigenvalues
11. Linear diff. equations
12. Systems of diff. equations
13. **Theme 3: Diff. equations**

Spring:

1. Taylor for one variable
2. Taylor for several variables
3. Symmetric matrices
4. Max/Min.
Theme 4: Optimization
5. The Riemann integral
6. Curve/surface/volume integrals
7. Vector fields. Flux
8. **Big project exercise**
9. **Big project exercise**
10. **Big project exercise**
11. **Big project exercise.**
12. Gauss and Stokes
13. **Theme 5: Vector Calculus**











Examples of Thematic Exercise 2:

Linear deformations

Biotech-version

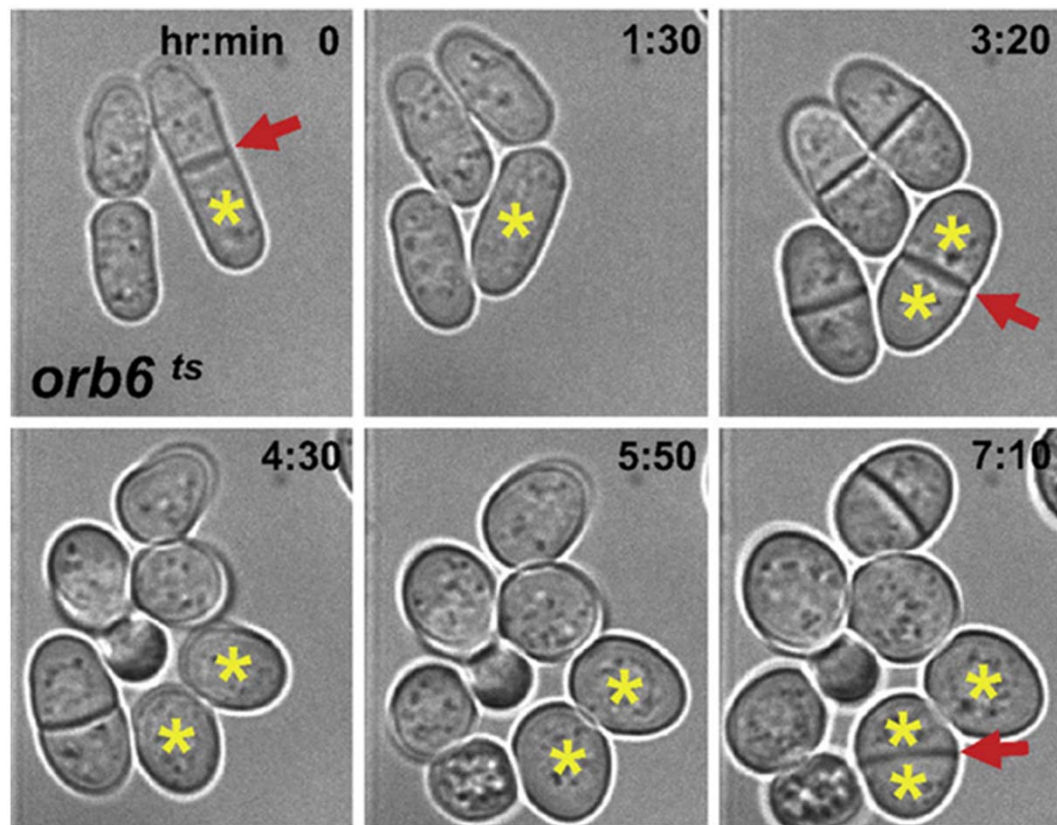


FIRST: INTRODUCTION TO GEOMETRIC INTERPRETATION OF MATRICES

#	Figur	Afbildning	Billed-figur
11		$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	
12		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	
13		$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	
14		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	
15		$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	

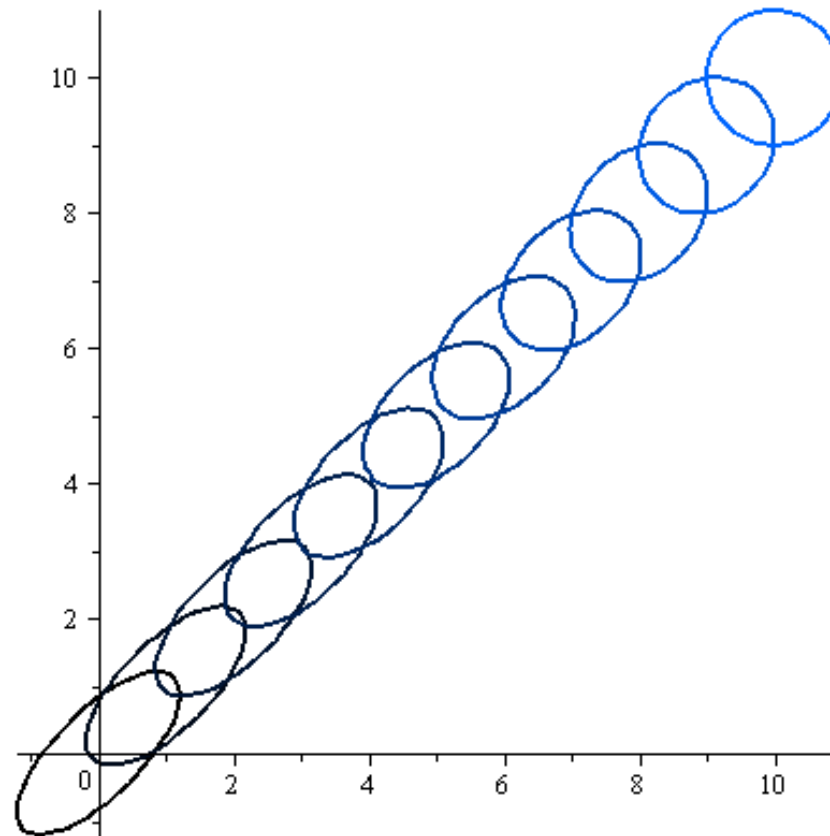
Biotech-version

THEN: MODELING THE SHAPE OF YEAST CELLS IN THE FIRST HOURS AFTER THEY HAVE LEFT THE GROWTH MEDIUM



Biotech-version

TASK: FIND A LINEAR TRANSFORMATION WHICH GRADUALLY MAPS AN ELLIPSE INTO A CIRCLE WHILE PRESERVING THE AREA



Environmental version

SCALE INVARIANCE OF RIVER SYSTEMS

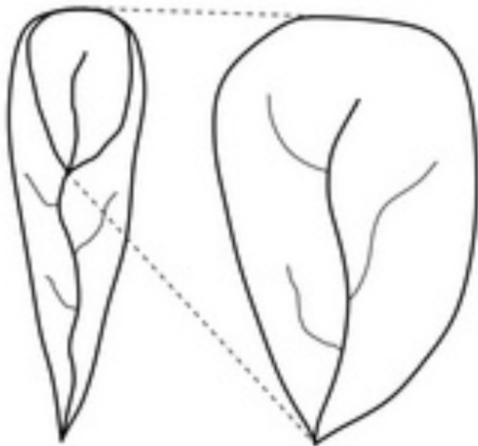


zoom

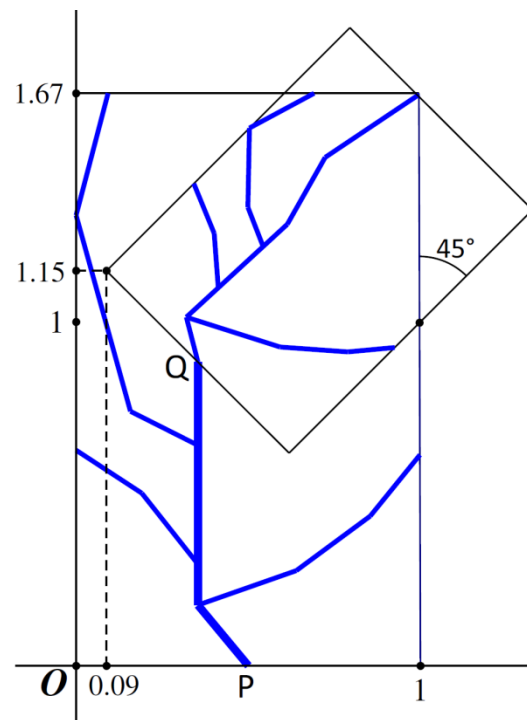
Environmental version

Scale law:

$$L_{\perp} \propto L_{\parallel}^H$$



FIND A TRANSFORMATION WHICH MAPS
A RIVER SYSTEM ONTO A SUBSYSTEM



(a) Figur 7 viser et flodsystem med udløb i P med et delsystem som udløber i Q . Bestem en matrix A og en vektor \mathbf{b} som karakteriserer den affine afbildning der afbilder flodsystemets bassin i delsystemets bassin, således at origo bliver afbildet i $(0.09, 1.15)$. Elementerne i A ønskes angivet som decimaltal med to decimaler.

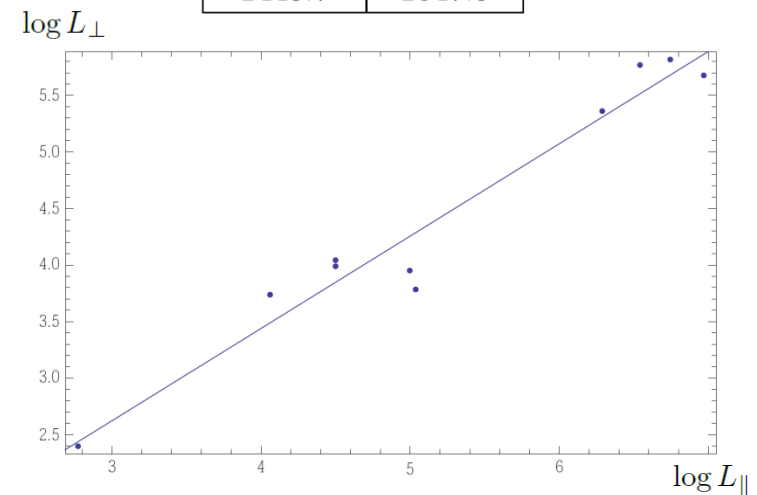
Environmental version



FIND, BY ZOOMING WITH *GOOGLE EARTH*, THE CONSTANT H FOR THE AMAZONAS RIVER



L_{\perp} (km)	L_{\parallel} (km)
62.8	40.4
110.9	56.7
146.2	54.3
266.4	158.0
341.6	231.9
410.5	258.7
1448.7	1047.5



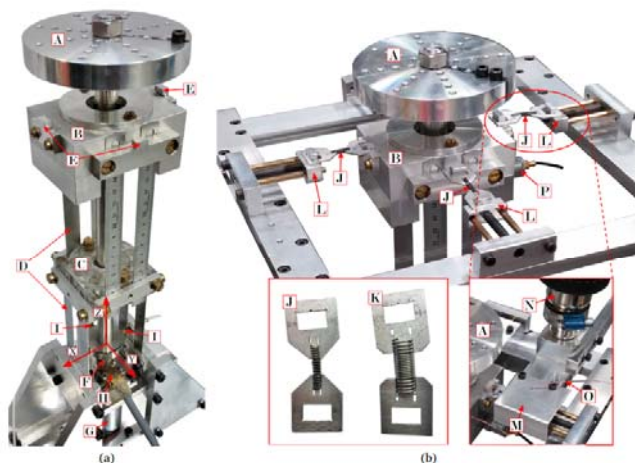
Examples of the "Big Project Exercise"

Axel-bearing system

Svingninger i akseleje-system med integrerede formhukommelsesmetaller

Søren Enemark

Januar 2016



Figur 1: Teststand: (a) akseleje-system og (b) fjederfastgørelse. (A) Skive på akslens top. (B) Øvre og (C) nedre passive magnetiske lejer understøttet af (D) fleksible bjælker. (E) Fastgørelsespunkter for FHM-fjedre på øverste leje-hus. I den nedre ende af akslen er fastgjort en (F) fleksibel kobling og derefter en (G) DC motor. En (H) enkoder måler akselrotationen og (I) proximity sensorer måler akslens hældningsvinkler. (J) FHM-fjedre og (K) stål-fjedre fastgjort i (L) mekanisme med variabel forspænding. (M) Varmekamre kan omslutte fjedrene og en (N) varmepistol føder kammeret med luft. Temperaturen måles med (O) termokobler. (P) Accelerometre måler bevægelsen af det øverste leje-hus. Det globale koordinatsystem XYZ er også vist. Figuren er lånt fra Enemark og Santos 2016.

Title of the exercise in English:
Oscillations in an axle-bearing system with integrated alloy metals. 12 pages.

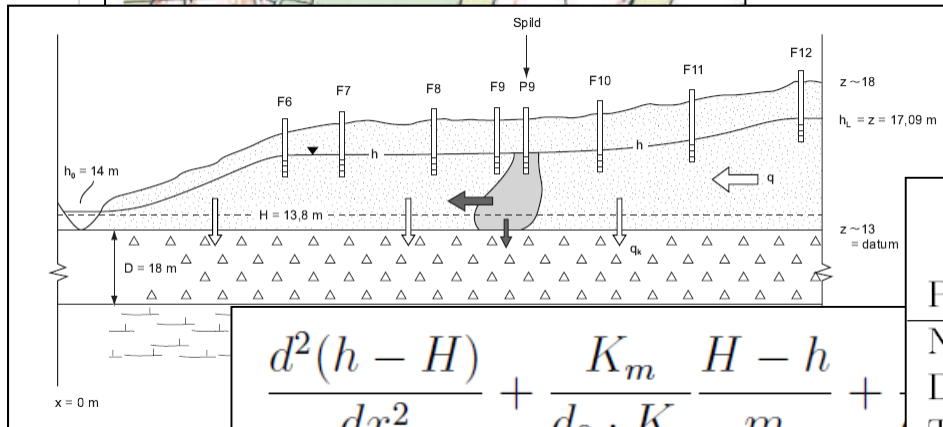
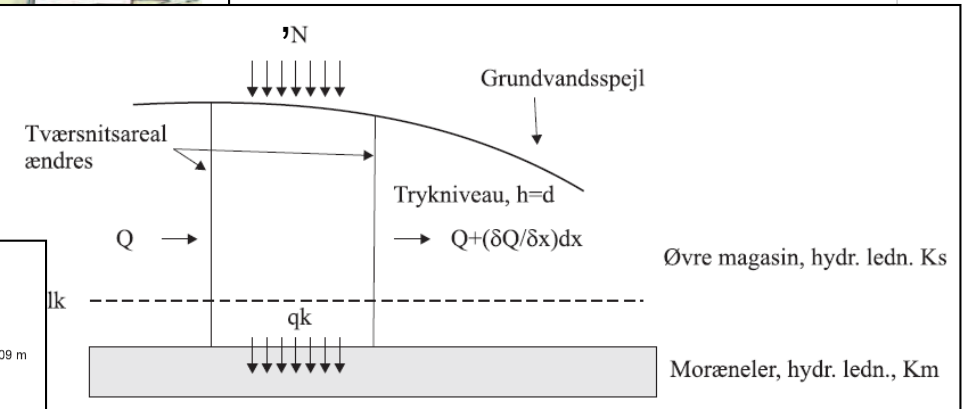
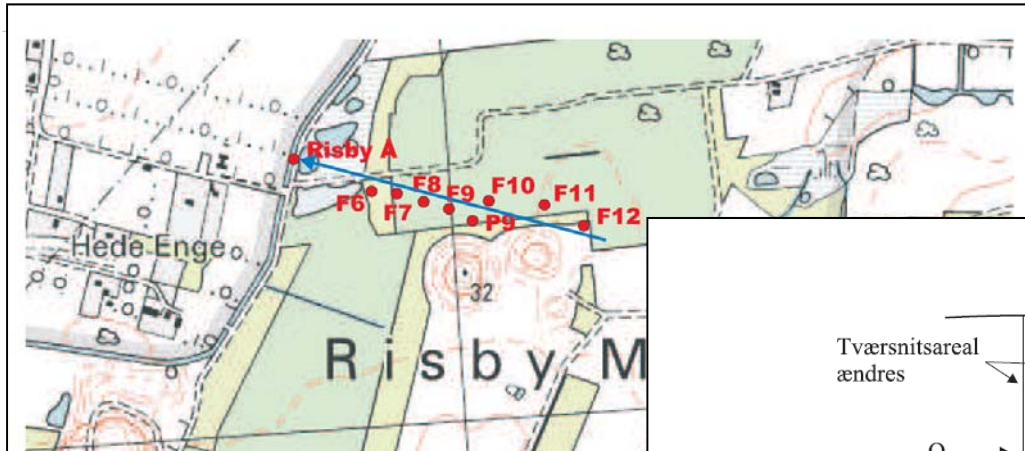
Author:
Søren Enemark, former student-TA on Mathematic1. Defending his Ph.D. thesis on this subject 2016.01.30.

Scientific paper:
Enemark, S. og I. F. Santos (2016).
“Rotor-bearing system integrated with shape memory alloy springs for ensuring adaptable dynamics and damping enhancement – Theory and experiment”.
Journal of Sound and Vibration.
DOI: 10.1016/j.jsv.2016.01.023.

Flow of Groundwater in Vestskoven^{*)}



Author:
Ass. Prof. Peter Engesgaard
expert in the field



$$\frac{d^2(h - H)}{dx^2} + \frac{K_m}{d_0 \cdot K_s} \frac{H - h}{m} + \dots$$

Darcy's law: $Q = -K_s \cdot A \frac{\partial h}{\partial x}$

Tabel 1: Data fra Vestskoven

Parameter	Værdi	Enhed
Netto-infiltration, N	0.2	m/år
Datum, z_0	13	m
Tykkelse af moræneler, m	18	m
Trykniveau i kalk, H	13.8	m
Porøsitet i øvre magasin, θ	0.21	-
Længde af tværsnit, L	500	m
Fasthold tryk, h_0	17.09	m
Fasthold tryk (åen), h_L	14.00	m

^{*)} Vestskoven is a forest nearby Copenhagen

Anthrax – attack, escape and rescue



Miltbrand - angreb, flugt, og redning

v./ Irina Borodina, DTU Biosys og Steen Markvorsen, DTU Matematik

Opgavebeskrivelse

01005 Matematik 1 - FORÅR 2011

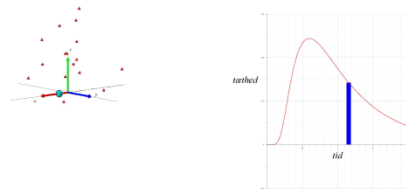
Det er projekt-opgavens primære formål at introducere nogle af de begreber og metoder, der benyttes ved analyse og modellering af særlig farlig forurening, der spredes via diffusion i luften, in casu miltbrand, over store geografiske områder. De simplificerede matematiske og geometriske modellerings-antagelser giver mulighed for strategiske overvejelser f.eks. vedrørende udformning af redningsplaner, valg af redningsruter, placering af mobile behandlings-stationer, den bedste udnyttelse af eksisterende hospitaler, osv. når forureningen er udlost.

Efter frigivelse (åbning) til tiden $t = 0$ af miltbrand-sporene i et givet punkt i rummet er tætheden af sporerne givet ved en (rimelig simpel) funktion $p(x,y,z,t)$ af sted og tid, som opfylder *diffusionsligningen*

$$\Delta p = Q \frac{\partial p}{\partial t} ,$$

hvor Δ er Laplace-operatoren i \mathbb{R}^3 og Q er en diffusionskonstant, som afhænger af tryk, temperatur og luftens konsistens iøvrigt, samt af sporerens geometri.

Opgaven går ud på at analysere forskellige konsekvenser af disse grundlæggende model-antagelser samt vurdere de nødvendige modifikationer som kan skyldes vind, tyngdekraft, eller eventuel 'refleksion' af sporer fra (x,y) -basis-planen (afhængig af om der lokalt er tale om jord, vand, gade, by, eller andet terræn). I inhalerings-højde over basis-planen undersøges enhver af tæthedsfunktionerne p til ethvert tidspunkt som en funktion af de to koordinater x og y - med velkendte metoder. Langs forskellige givne flugtruter inhalerer du forskellige antal sporer. Det totale antal afhænger dels af tæthedsfunktionen p langs den rute du løber, og dels af vejtræknings-frekvensen (der jo også afhænger af din fart). En af udfordringerne er så, om du med en detaljeret givet og oplyst spore-tætheds-funktion p kan finde (d)en rute fra ethvert givet start-punkt til et givet andet punkt (en behandlingsstation eller et hospital), sådan at forskellige behandlinger kan sættes i værk - i tide, dvs. således at det totale antal inhalerede sporer og deres allerede påførte skadevirkning (via inkubation og eksponentiel vækst af bakterier) ligger indenfor et af de sikreste af de medicinsk veldefinerede behandlingsvinduer, så du kan nå at blive reddet.



Figur 1: *Animeret online*. Diskret diffusion og måling (med den blå bevægede sensor) af tætheden p langs x -aksen som funktion af tiden. Det samlede antal sporer, der inhaleres hvis du løber med sensoren langs den rute, er essentielt integralet af funktionen i figuren til højre.

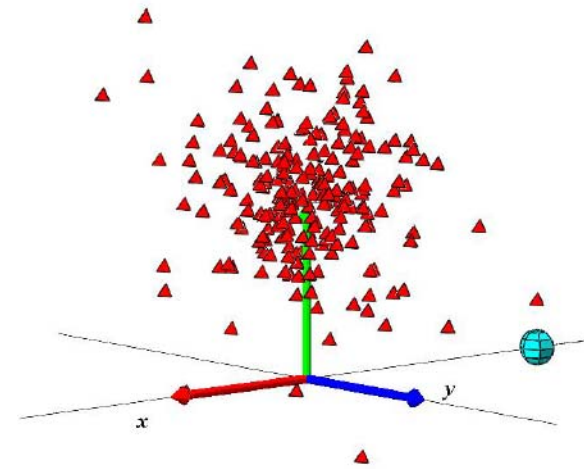
Problemstillingerne behandles blandt andet ved hjælp af Maple. I evalueringen af projektløbet tages der hensyn til, at projektopgaven kan løses på flere måder, og at man kan lægge sin primære indsats på forskellige delspørgsmål. Det afgørende er, at rapporten dokumenterer, at der er udført seriøst arbejde.

Authors:

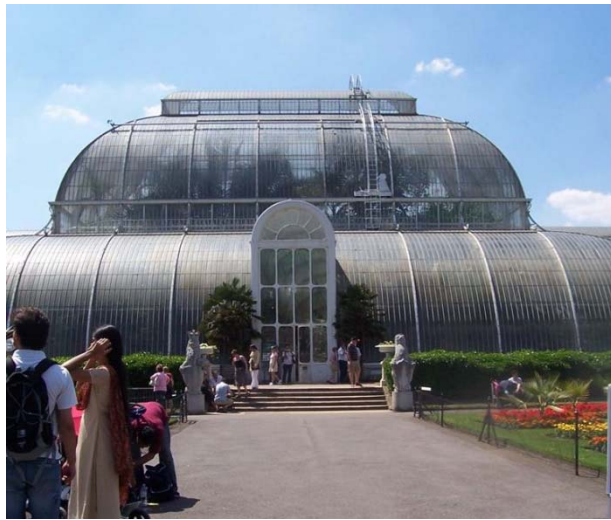
Irina Borodina, DTU Biosys and Steen Markvorsen, DTU Compute

Involves:

- Diffusion equation $\Delta p = Q \frac{\partial p}{\partial t}$
- Parametrized curves
- Integration in several variables
- Visualizations by Maple



Solar energy absorption in glass houses



Author:

Karsten Schmidt, DTU Compute

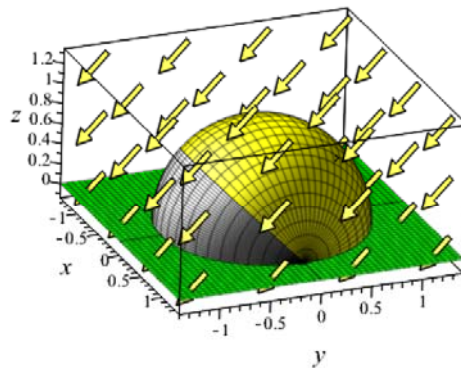
Involves:

- Elementary geometry
- Parametrizes surfaces
- Vector fields and flux
- Gauss's divergence theorem

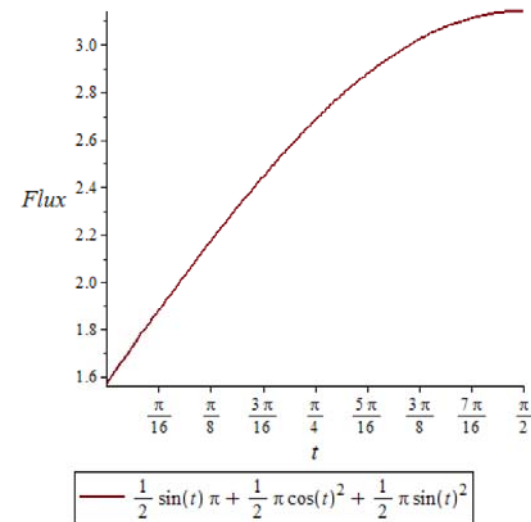


Clips from a group's paper on glass houses

Analyzing solar energy absorption in a hemisphere



(a) Sol- og skyggebelagt enhedshalvkugle kl. 9 om formiddagen.



(b) Den positive flux gennem halvkuglen den første halvdel af dagen.

Efter dette tidspunkt skal hele kalottens flux medtages. Med resultaterne af disse overvejelser kan enhedskuglekalottens energioptag gennem en hel dag nu beregnes ved følgende:

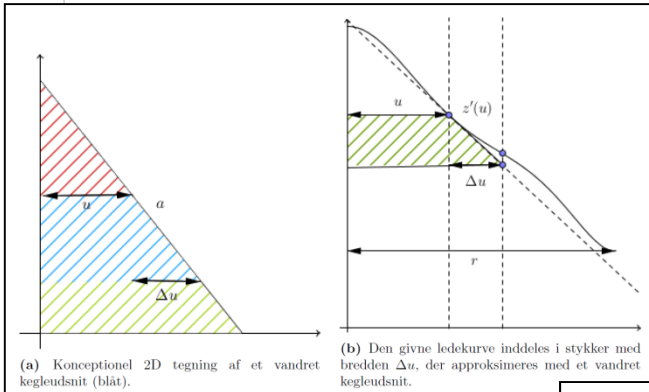
$$E_1 = \int_0^{t_{optlyst}} \left[\int_{-\sqrt{3/2}}^{skæring_1(t)} \int_{-\sqrt{3/4-u^2}}^{\sqrt{3/4-u^2}} \mathbf{N}(u, v) \cdot \mathbf{V}(t) \, dv \, du \right] dt \approx 0.0829 \quad (5.16)$$

$$E_2 = \int_0^{t_{optlyst}} \left[\int_{skæring_1(t)}^{skæring_2(t)} \int_{v_{skyggegrænse}(u,t)}^{\sqrt{3/4-u^2}} \mathbf{N}(u, v) \cdot \mathbf{V}(t) \, dv \, du \right] dt \approx 1.2188 \quad (5.17)$$

$$E_3 = \int_0^{t_{optlyst}} \left[\int_{skæring_2(t)}^{\sqrt{3/2}} \int_{-\sqrt{3/4-u^2}}^{\sqrt{3/4-u^2}} \mathbf{N}(u, v) \cdot \mathbf{V}(t) \, dv \, du \right] dt \approx 0.0829 \quad (5.18)$$

Clips from a group's paper on glass houses

Surfaces of revolution:



Figur 11.3: Figureerne anvendt i forbindelse med udledningen af integralfor

$$E_{tot} = \int_0^1 \int_{-\pi}^0 \int_{t_{kritisik,0}}^{\pi} \mathbf{V}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{N} dt dv du + \int_0^1 \int_0^{\pi} \int_0^{t_{kritisik,1}} \mathbf{V}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{N} dt dv du$$

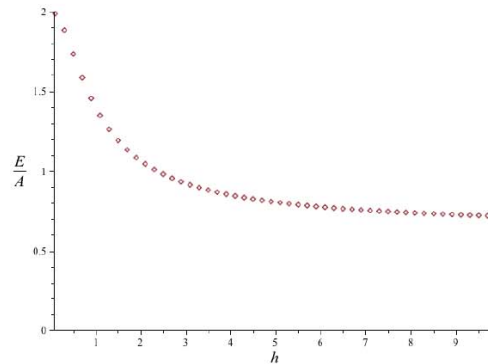
$$= r^2 \pi + 2r^2 \text{EllipticE} \left(\sqrt{-\frac{h^2}{r^2}} \right) \quad (11.5)$$

Dette udtryk kan simplificeres ved at faktorisere og anvende at $\sqrt{-1} = i$. Dette gøres herunder, mens der indføres størrelsen $a = \frac{h}{r}$.

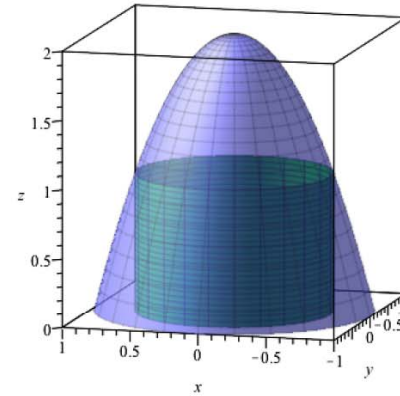
$$E_{tot} = r^2 \pi + 2r^2 \text{EllipticE} \left(\sqrt{-\frac{h^2}{r^2}} \right) \quad (11.6)$$

$$(11.7)$$

Optimization under constraints:



(a) Energioptag pr. arealenhed som funktion af højden for en nedadvendt omdrejningsparaboloide. Bemærk at E/A bliver større, jo lavere paraboloiden er, idet der vil være mindre skygge på en lav paraboloid.

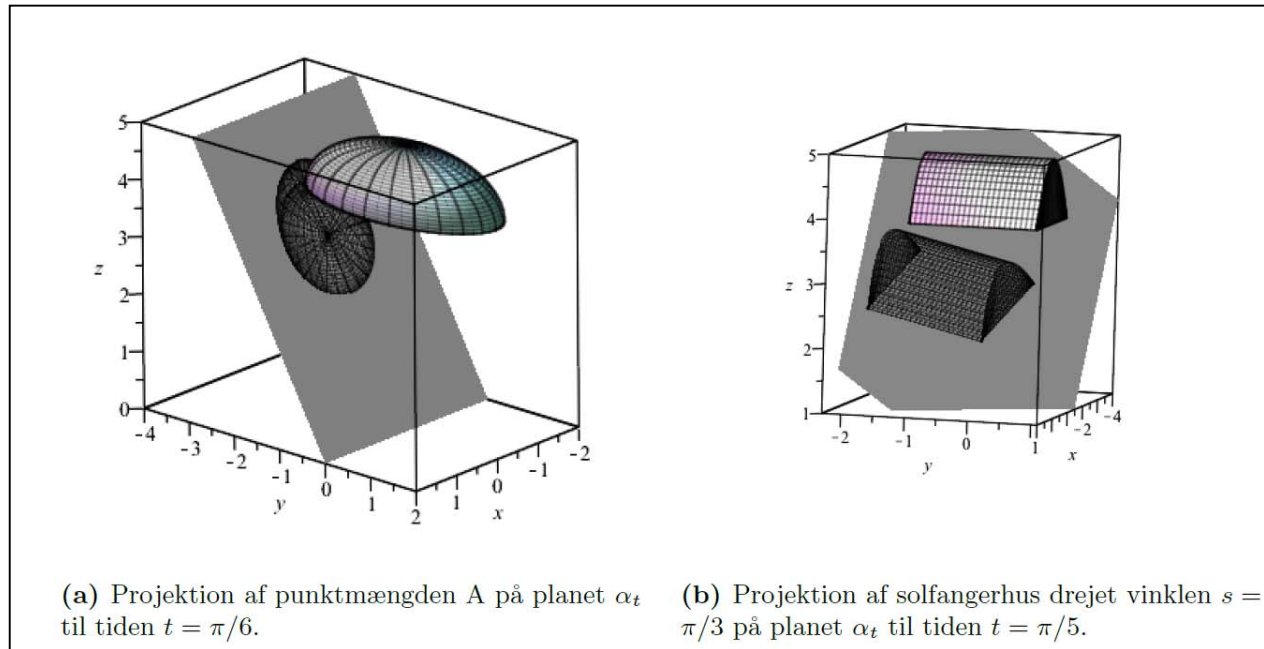


(b) Nedadvendt omdrejningsparaboloide indeholdende en cylinderflade med konstant volumen. Begge flader er optimeret, for at give maksimalt energioptag pr. arealenhed

Figur 13.1: Figurer anvendt til modellering af nedadvendt omdrejningsparaboloide med indre cylinder.

Clips from a group's paper on glass houses

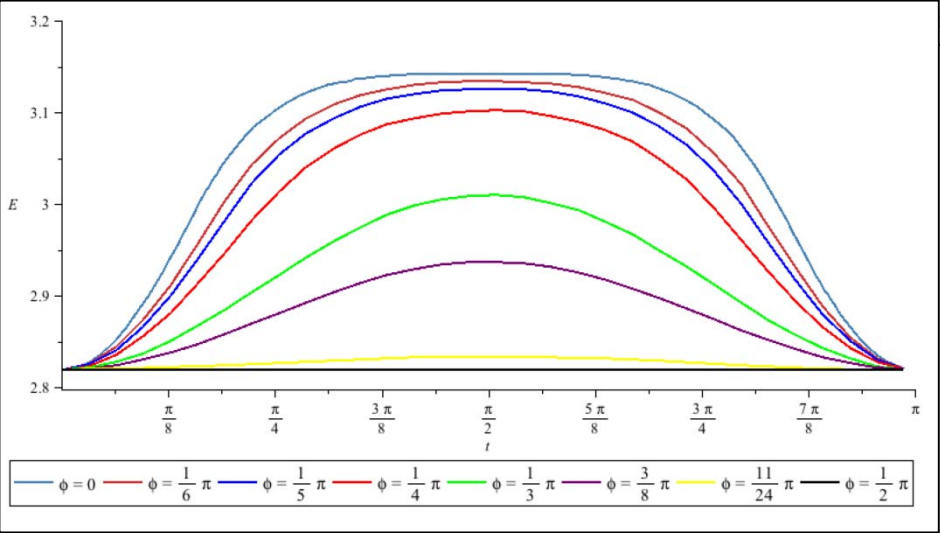
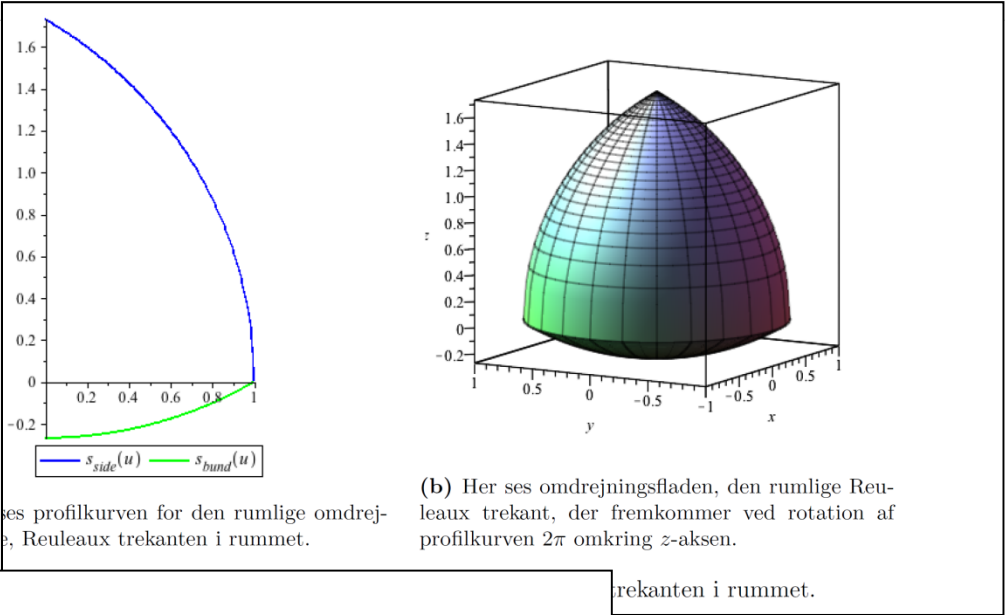
Using Gauss's Divergence Theorem:



$$\begin{aligned}
 B_{\mathcal{F}}^+ &= \frac{1}{2} \text{Flux}_{\text{projektion}} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{F}} \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \, d\mu = \frac{1}{2} \int_c^d \int_a^b \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \cdot |\mathbf{N}| \, du \, dv = \frac{1}{2} \int_c^d \int_a^b |\mathbf{N}| \, du \, dv \\
 &= \frac{1}{2} A_{\text{projektion}} = A_{\text{skyggen}}
 \end{aligned}
 \tag{14.2}$$

Clips from a group's paper on glass houses

Finding the optimal angle for Copenhagen



Clips from a group's paper on glass houses

The list of content:

Indhold

1 Indledning	1
1.1 Solfangere i Danmark og anvendelser af alternativt formede solfangere	1
1.2 Struktureel indledning til rapportens indhold	1
2 Diskussion af matematisk model	1
2.1 Solvektorfeltets parametrisering	1
2.2 Bestemmelse af klokkeslet til værdier af t -parameteren	2
2.3 Diskussion af modelantagelser	2
3 Solfanger af plane flader	3
3.1 Indgående flux og samlet energioptag	3
3.2 Rotation af solfanger med bestemt vinkel	4
3.3 Rotation af solfanger med vilkårlig vinkel	6
4 Enkeltkrummet solfanger	7
4.1 Parametrisering og normalvektor	7
4.2 Indgående flux og samlet energioptag	8
4.3 Rotation af solfanger med bestemt vinkel	9
4.4 Rotation af solfanger med vilkårlig vinkel	11
5 Energioptag gennem solfangere som kugleudsnit	13
5.1 Energioptag gennem en enhedshalvkugle	13
5.2 Energioptag gennem kuglekalot	15
5.3 Energioptag gennem en trekvart enhedskugleflade	17
5.4 Sammenligning af energioptaget pr. overfladeareal	18
6 Enkelt glaslinjesolfanger i planen	19
7 Solfangere opbygget af glaslinjer	20
8 Plane solfangere af lukkede konvekse glaskurver	22
9 Parabelfolfanger betragtet med glaskurve metode	23
10 Rotation af enkeltkrummet solfanger	23
11 Generel betragtning af omdrejningsflade	24
11.1 Undersøgelse af funktionen EllipticE	24
11.2 Modellering af omdrejningskegle	25
11.3 Udledning af integralformlen	26
12 Eftersyn af integralformel	27
13 Solfanger som nedadvendt omdrejningsparaboloide	28
14 Modellering af lukkede konvekse solfangere	30
14.1 Gauss' Divergenssætning	30
14.2 Parameterfremstillinger for fladerne	30
14.3 Planet α vinkelret på solvektorfelt	31
14.4 Lukkede konvekse fladers skygge på α -plan	31
14.5 Areal af skyggeflader samt indgående flux	31
14.6 Metoden anvendt på enkeltkrummet solfanger fra opgave 3	33
15 Reuleaux Trekant som solfanger	33
15.1 Reuleaux Trekant	33
15.2 Reuleaux Trekantens skyggelinje i planen	34
15.3 Reuleaux Trekanten som rumlig omdrejningsflade	34
15.4 Reuleaux Trekantens energioptag som funktion af tiden	36
15.5 Rotation af Reuleaux Trekanten omkring x - og y -akse parallelle akser	36
16 Reuleaux Trekant i København	40
17 Sammenfatning	40
A Udregninger i Maple-ark	43
Opgave 1	43
Opgave 2	46
Opgave 3	65
Opgave 4	81
Opgave 5	98
Opgave 8	100
Opgave 12	101
Opgave 10	115
Opgave 11	126
Opgave 14	136
Opgave 15	140
Opgave 17	146
Opgave 18	161

The report: 42 p
Maple closure: 119 p
In total: 161 p

Big project exercises

A portefolio of more than 50 project exercises:



- Decomposition of PCE
- Modelling concrete moulding
- Fononic bandgabs
- Dosage of anaesthesia
- Internet hitlists
- Parking of satellites
- Stretch reflex of muscles
- The flow of heat in a house
- ...
- ...
- ...

Assessment



Group exam with participation of external examiners:

- The group presents their work in 15 minutes
- 60 minutes defense
- The student gets a mark based on the group report and his/her performance in the group exam
- The mark counts a quarter of the final Math 1 mark

An event! After hard, enthusiastic work, strong feelings are involved. Many things can go wrong! Never boring!

Thank you for attention!